



UNIVERSITÉ DE STRASBOURG

# TD1 - Physique subatomique

*Eric Chabert*

Transcrit par  
PIERRE GUICHARD

L3 Semestre 6 2021

## Exercice 1 : Modèle de l'atome de Bohr

1. Citez les deux postulats de Bohr.

- Les électrons gravitent autour du noyau avec des orbites circulaires.  
→ Interactions électrostatiques
- Quantification du moment cinétique sur ces orbites

$$L = \hbar n$$

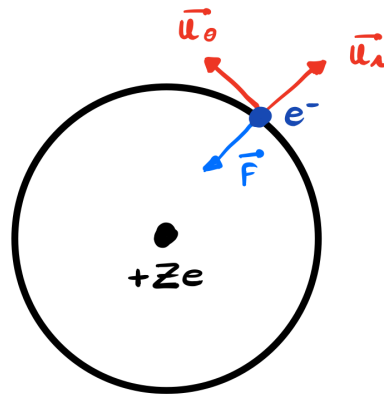
où  $n$  est un nombre quantique supérieur ou égal à 1.

→ émission (ou absorption) de photon d'énergie quantifiée lors d'une transition :

$$h\nu = |E_i - E_f|$$

2. Traitement classique :

- a) Faire un schéma et citer les forces appliquées sur l'électron, que peut-on dire du moment cinétique  $L = mvr$  de l'électron dans un champ de force centrale ?



On connaît l'expression de la force Coulombienne  $F_c$ ,

$$\vec{F}_c(r) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(Ze)e}{r^2} \vec{u}_r$$

Et on sait que le moment cinétique  $L$ , s'exprime,

$$\vec{L} = m\vec{v} \wedge \vec{r}$$

Alors, d'après le théorème du moment cinétique,

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{L}}{dt} &= \vec{OM} \wedge \vec{F}(r) \\ &= r\vec{u}_r \wedge \left( -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r^2} \right) \vec{u}_r \\ &\propto \vec{u}_r \wedge \vec{u}_r \\ &= \vec{0} \end{aligned}$$

Alors, si la dérivée par rapport au temps du moment cinétique est nulle, ça veut dire que  $L$  est une constante, d'où

$$L = mvr = \text{cst}$$

b) Appliquer la 2ème loi de Newton sur l'électron dans son orbite stationnaire.

D'après la *relation fondamentale de la dynamique* (RFD),

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

On connaît l'expression de la vitesse  $\vec{v}$ ,

$$\vec{v} = r\dot{\theta}\vec{u}_\theta$$

On peut alors exprimer l'accélération  $\vec{a}$ ,

$$\vec{a} = -r\dot{\theta}^2\vec{u}_r = -\frac{v^2}{r}\vec{u}_r$$

Ce qui correspond bien à l'*accélération centripète*. Dans la suite de l'exercice on pose  $1/4\pi\epsilon_0 = K$ , alors on peut écrire la RFD :

$$-\frac{KZe^2}{r^2}\vec{u}_r = -m\frac{v^2}{r}\vec{u}_r$$

Ce qui nous donne

$$mv^2 = \frac{KZe^2}{r}$$

c) Exprimer  $r$  en fonction de  $L$ ,  $m$  et  $Z$ .

$$L = mvr$$

$$L^2 = (mvr)^2$$

Alors,

$$v = \frac{L}{mr}$$

Et donc, d'après la relation trouvée précédemment,

$$r = \frac{L^2}{mKZe^2}$$

3. Traitement quantique :

- a) En se basant sur le postulat de quantification de Bohr, exprimer le rayon  $r$  puis l'énergie  $E$  en fonction de  $m$ ,  $Z$ ,  $h$  et  $n$  qu'on appelle le nombre quantique principale. Que peut-on dire des valeurs permises de  $r$  et  $E$  ?

Le postulat de quantification du moment cinétique nous donne

$$L = \hbar n$$

Donc,

$$L = mvr = \hbar n$$

D'où,

$$r = \frac{\hbar n}{mv}$$

Et donc, en utilisant la relation trouvée lors du traitement classique,

$$\begin{aligned} r &= \frac{(\hbar n)^2}{mKZe^2} &= \frac{1}{Z} \frac{\hbar^2}{Kme^2} n^2 \\ &= \frac{1}{Z} a_0 r^2 \end{aligned}$$

où  $a_0$  est le rayon de Bohr. Alors, dans le cas de l'hydrogène ( $Z = 1$ ) :

$$\boxed{r = a_0 n^2}$$

On peut décomposer l'énergie comme la contribution d'une énergie cinétique  $E_c$  et d'une énergie potentiel  $E_p$ ,

$$\begin{aligned} E &= E_c + E_p \\ &= \frac{1}{2}mv^2 - K \frac{Ze^2}{r} + \text{cst} \end{aligned}$$

Et on sait que quand le rayon  $r$  tend vers l'infini, l'énergie potentielle est nulle, alors la constante est nulle, donc,

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{KZe^2}{r}$$

Mais, d'après ce qu'on a vu précédemment,

$$mv^2 = \frac{KZe^2}{r}$$

Alors, on peut réécrire l'énergie

$$E = -\frac{1}{2}K \frac{Ze^2}{r}$$

Et désormais, si on injecte dans cette équation  $r$  comme une fonction de  $\hbar$  et  $n$ ,

$$\begin{aligned} E &= -\frac{1}{2}K \frac{Ze^2}{(\hbar n)^2} m K Z e^2 \\ &= -\frac{1}{2}m \left( \frac{K Z e^2}{\hbar n} \right)^2 \\ &= Z^2 \left( -\frac{1}{2}m \frac{(K e^2)^2}{\hbar^2} \right) \frac{1}{n^2} \\ &= Z^2 \frac{E_1}{n^2} \end{aligned}$$

Alors,

$$E = Z^2 \frac{E_1}{n^2}$$

où  $E_1$  caractérise l'énergie du premier état excité. Alors, dans le cas de l'hydrogène ( $Z = 1$ ),

$$r_n = a_0 n^2$$

$$E_n = \frac{E_1}{n^2}$$

Il est alors visible que les niveaux d'énergie les plus liés sont pour des  $n$  petits.

Pour une orbite  $n$  donnée, le moment cinétique  $L$  (issu du postulat), le rayon  $r$  et l'énergie  $E$  sont quantifiés.

#### 4. Formule de Rydberg :

- a) En se basant sur l'autre postulat, calculer la fréquence du photon émis par un électron qui passe d'un état énergétique  $n_2$  à un état plus bas  $n_1$ .

Par le postulat de quantification de l'énergie,

$$\begin{aligned} E_\gamma = h\nu &= |E_i - E_f| \\ &= E_1 \left( \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right) \end{aligned}$$

Alors la fréquence  $\nu$ ,

$$\nu = \frac{E_1}{h} \left( \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right)$$

La longueur d'onde  $\lambda$ ,

$$\lambda = \frac{c}{\nu} \rightarrow \nu = \frac{c}{\lambda}$$

On peut donc re-exprimé la longueur d'onde

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{E_1}{hc} \left( \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right)$$

b) Identifier la constante de Rydberg et calculer sa valeur.

D'après la page 10 du cours, la formule d Rydberg est,

$$\frac{1}{\lambda} = -R_h \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2} \right)$$

D'où par identification on retrouve

$$Z^2 R_h = -\frac{E_1}{hc}$$

Pour la suite on vas supposé  $Z = 1$ ,

$$\begin{aligned} R_h &= -\frac{E_1}{hc} \\ &= \frac{1}{2} \frac{m(Ke^2)^2}{\hbar^2 hc} \\ &= 2\pi^2 \frac{m(Ke^2)^2}{h^3 c} \end{aligned}$$

Et on connait les valeurs des constantes,

$$\begin{aligned} K &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.987 \times 10^9 \text{ kg.m}^3.\text{s}^{-2}.\text{C}^{-2} \\ m &= m_e = 9.109 \times 10^{-31} \text{ kg} \\ e &= 1.602 \times 10^{-19} \text{ C} \\ h &= 6.626 \times 10^{-34} \text{ J.s} \\ c &= 2.998 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1} \end{aligned}$$

Alors,

$$R_H = 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$$

L'énergie de Rydberg s'écrit,

$$\begin{aligned} R_y &= hcR_h \\ &= 6.626 \times 10^{-34} \cdot 2.998 \times 10^8 \cdot R_H \\ &= 2.179 \times 10^{-18} J \end{aligned}$$

Et on connaît comment convertir les joules (J) en electronvolts (eV) :  $1 \text{ eV} = 1.602 \times 10^{-19} \text{ J}$ , alors,

$$R_y = 13.6 \text{ eV}$$

Ce qui correspond à l'énergie d'ionisation de l'atome d'hydrogène (puisque on s'était mis dans la situation  $Z = 1$ , donc de l'hydrogène).

- c) En fixant  $n_1$  et en variant  $n_2$  ( $n_2 > n_1$ ) on obtient des séries de raies qui correspondent au  $n_1$  fixé (Voir le tableau en dessous). Faire un schéma figurant 2 raies de chaque séries. Laquelle de ces séries est dans le visible ?

**Lyman** : Pour  $n_1 = 1$  et  $n_2 = 2$  on trouve  $\lambda = 122 \text{ nm}$ .

Pour  $n_1 = 1$  et  $n_2 = 7$  on trouve  $\lambda = 93 \text{ nm}$ .

On trouve alors que les raies de Lyman sont dans le domaine *ultraviolet*.

**Balmer** : Pour  $n_1 = 2$  et  $n_2 = 3$  on trouve  $\lambda = 660 \text{ nm}$ .

Pour  $n_1 = 2$  et  $n_2 = 7$  on trouve  $\lambda = 399 \text{ nm}$ .

On trouve alors que les raies de Balmer sont dans le domaine *visible*.

**Paschen** : Pour  $n_1 = 3$  et  $n_2 = 4$  on trouve  $\lambda = 1880 \text{ nm}$ .

Pour  $n_1 = 3$  et  $n_2 = 7$  on trouve  $\lambda = 1011 \text{ nm}$ .

On trouve alors que les raies de Paschen sont dans le domaine *infrarouge*.

On remarque ainsi que la valeur de  $n_1$  dicte la gamme de fréquence/longueur d'onde des spectres d'émission/d'absorption.

- d) Pour  $Z = 1$  (atome d'hydrogène), quelle doit être l'énergie d'un photon pour libérer l'électron dans l'état fondamental? (On donne l'énergie d'un électron totalement libéré  $E_\infty = 0$ )

Pour  $Z = 1$ ,  $n_1 = 1$  et  $n_2 = \infty$ , alors l'énergie est l'énergie de Rydberg, c'est à dire  $13.6 \text{ eV}$ .

#### 5. Liaison avec les Rayons X, Loi de Moseley :

- a) L'effet d'écran prend place dans les atomes non hydrogénoïdes où l'attraction d'un noyau de charge  $+Ze$  pour un électron donné est atténuée par la répulsion des autres électrons. Dans ce cas, on peut assimiler l'atome considéré à un atome hydrogénoïde ayant une charge effective de  $(Z-\sigma)e$ . Réécrire la formule de Rydberg en tenant compte de cet effet.

Il suffit de remplacer le  $Z$  présent dans la formule de Rydberg par  $Z - \sigma$ , on trouve alors,

$$\frac{1}{\lambda} = (Z - \sigma)^2 R_h \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$$

b) Citer la loi de Moseley pour l'émission des rayons  $X$ .

D'après la page 23 du cours, la loi de Moseley est

$$\nu = a(Z - b)^2$$

c) En comparant les deux expressions précédentes, identifier les constantes  $a$  et  $b$  de la loi de Moseley par les paramètres de la formule de Rydberg.

On remarque alors que

$$b = \sigma$$

C'est la constante d'écran qui a alors une dépendance des électrons, et

$$a = cR_h \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$$

est un paramètre avec une dépendance de la raie sur laquelle on se trouve.

d) Quel est l'intérêt de cette loi ?

Le paramètre  $b$  est une constante calculable et  $a$  est proportionnel à  $Z$ , alors en faisant une mesure de la fréquence  $\nu$ , on est capable de déterminer le numéro atomique  $Z$  du noyau, et alors réalisé *de l'identification de noyaux* et de la *spectroscopie*.



## Exercice 2 : Rayons X

1. Déterminer et comparer, pour les rayonnements électromagnétiques ci-dessous, l'énergie (en eV), la longueur d'onde (en nm) et la fréquence (en Hz) :

- lumières jaune dans le visible ( $\lambda = 500 \text{ nm}$ )
- ondes radio ( $\lambda = 1800 \text{ m}$ )
- rayons ultraviolets ( $\lambda = 100 \text{ nm}$ )
- rayons X (radiodiagnostic) d'énergie 124 keV
- rayons  $\gamma$  (radiothérapie) d'énergie 1,24 MeV

On utilise

$$\lambda = \frac{c}{\nu} \leftrightarrow \nu = \frac{c}{\lambda}$$

$$E = h\nu$$

Alors,

	Lambda $\lambda$ (m)	Énergie $E$ (J)	Énergie $E$ (eV)	Fréquence $\nu$
Lumière jaune	$5.00 \times 10^{-7}$	$3.97 \times 10^{-19}$	2.48	$6.00 \times 10^{14}$
Ondes radio	1800	$1.10 \times 10^{-28}$	$6.89 \times 10^{-10}$	$1.67 \times 10^5$
Rayons ultraviolets	$1.00 \times 10^{-7}$	$1.99 \times 10^{-18}$	$1.24 \times 10^1$	$3.00 \times 10^{15}$
Rayons X	$1.00 \times 10^{-11}$	$1.99 \times 10^{-14}$	$1.24 \times 10^5$	$3.00 \times 10^{19}$
Rayons gamma	$1.00 \times 10^{-30}$	$1.99 \times 10^5$	$1.24 \times 10^{24}$	$3.00 \times 10^{38}$

2. Une source de rayons X est produite en accélérant des électrons par une différence de potentiel de 45 kV. Quelle est la longueur d'onde limite en nm du rayonnement X émis ?

	Lambda $\lambda$ (m)	Énergie $E$ (J)	Énergie $E$ (eV)	Fréquence $\nu$
Rayons X (45 keV)	$2.76 \times 10^{-11}$	$7.21 \times 10^{-15}$	$4.50 \times 10^4$	$1.09 \times 10^{19}$

### Exercice 3 : Unité de masse atomique

Jusqu'en 1960, l'unité de masse utilisée en physique nucléaire, l'u.m.a. était définie comme étant égale au 1/16ème de la masse de l'atome neutre  $^{16}_8\text{O}$  et le nombre d'Avogadro correspondant,  $\mathcal{N}$ , était tel que la masse de  $\mathcal{N}$  atomes de  $^{16}_8\text{O}$  soit exactement égale à 16 grammes.

Le 8 septembre 1960, l'I.U.A.P. (International Union of Pure and Applied Physics) a adopté une nouvelle unité, basée sur l'atome neutre  $^{12}_6\text{C}$  et appelée "unité de masse unifiée" (notation : u). Par définition, la masse de l'atome neutre  $^{12}_6\text{C}$  est égal à 12 u et le nouveau nombre d'Avogadro,  $\mathcal{N}_A$ , est tel que  $\mathcal{N}_A$  atomes neutres  $^{12}_6\text{C}$  aient une masse exactement égale à 12 grammes.

1. Sachant que dans la base  $^{12}_6\text{C}$  on a  $\mathcal{N}_A = 6,02262 \cdot 10^{23}$ , donner la valeur de l'unité u en kilogrammes et en énergies équivalente en MeV.  $c = 2,997925 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ ,  $e = 1,60210 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ .

1 atome de  $^{12}_6\text{C}$  a une masse de 12 u. Et  $\mathcal{N}_A$  atomes de  $^{12}_6\text{C}$  ont une masse de 12 g, alors :

$$12 \text{ u} \times \mathcal{N}_A = 12 \text{ g}$$

d'où,

$$1 \text{ u} = \frac{1 \text{ g}}{\mathcal{N}_A} = \frac{1 \text{ g}}{6,02252 \times 10^{23}} = 1,6604 \times 10^{-24} \text{ g} = 1,6604 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$E = mc^2 = 1,6604 \times 10^{-27} \times (2,997925 \times 10^8)^2 = 1,4923 \times 10^{-10} \text{ J}$$

Et on sait que  $1 \text{ eV} = 1,60210 \times 10^{-19} \text{ J}$ , alors :

$$E = 931,48 \text{ MeV}$$

2. Dans la base  $^{16}_8\text{C}$  la masse  $M$  de l'atome neutre  $^{16}_8\text{O}$  est telle que l'excès de masse correspondant vaut  $M - A = -5,085 \cdot 10^{-3} \text{ u}$ .  $A$  étant le nombre de masse du noyau de l'atome considéré, exprimé en u. Calculer la valeur du nombre d'Avogadro  $\mathcal{N}$  et la valeur de l'u.m.a. en MeV.

$$\Delta(A, Z) = [M(A, Z) - Au] c^2$$

Et

$$\Delta(^{16}_8\text{O}) = -5,085 \times 10^{-3} \text{ u}$$

Pour le  $^{16}_8\text{O}$ ,

$$M = \Delta + Au = (-5,085 \times 10^{-3} + 16)u = 15,9949u$$

Et dans la base  $^{16}_8\text{O}$ ,  $M = 16 \text{ uma}$ , alors

$$16 \text{ uma} = 15,9949$$

d'où,

$$1 \text{ uma} = 0.999682 \text{ u} = 931.18 \text{ MeV} = 1.65987 \times 10^{-24} \text{ g}$$

Et

$$1 \text{ uma} = \frac{1 \text{ g}}{1\mathcal{N}} = 6.0245 \times 10^{23}$$

Et on remarque la différence avec  $\mathcal{N}_A$  à partir du troisième chiffre significatif :

$$\mathcal{N}_A = 6.02252 \times 10^{23}$$

## Exercice 4 : Énergie de liaison

1. Calculer le défaut de masse du noyau d'uranium  ${}_{92}^{235}\text{U}$ , en unité de masse atomique puis en kilogramme. Masse du noyau d'uranium :  $m({}_{92}^{235}\text{U}) = 234,99332\text{u}$ , masse du neutron  $m_n = 1,00866\text{u}$ , masse du proton  $m_p = 1,00728\text{u}$  et  $1\text{u} = 1,66054 \cdot 10^{-27}\text{kg}$ .

$$\Delta m = [Zm_p + (A - Z)m_n - M_{\text{atom}}(A, Z)] c^2$$

On peut alors calculé l'énergie de liaison (divisée par  $c^2$ ) :

$$\frac{B(A, Z)}{c^2} = 92 \times 1.00728 + (235 - 92) \times 1.00866 - 234.99332 = 1.91482 \text{ u} = 3.179 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

2. Calculer, en joule puis en MeV, l'énergie de liaison de ce noyau.

Alors

$$B(A, Z) = c^2 \Delta m = 3.179 \times 10^{-27} \times (2.9979627 \times 10^8)^2 = 2.8577 \times 10^{-10} \text{ J} = 1783.7 \text{ MeV}$$

3. Calculer l'énergie de liaison par nucléon de ce noyau.

L'énergie par nucléons est

$$\frac{B(A, Z)}{A} = \frac{1783.7}{235} = 7.59 \text{ MeV/nucléon}$$

4. Comparer la stabilité du noyau d'Uranium 235 à celle du noyau de radium 226 dont l'énergie de liaison est de 7.66 MeV par nucléon.

$$\frac{B({}^{235}\text{U})}{A} = 7.59 \qquad \frac{B({}^{226}\text{Ra})}{A} = 7.66$$

On remarque alors que l'énergie de liaison par nucléon du Radium 226 est plus grande que pour l'Uranium 235.

L'énergie de liaison correspond à l'énergie qu'il faut apporter au système pour libérer ses constituants, alors plus cette valeur est élevée, plus le noyau est stable.

Alors, le Radium 226 est plus stable que l'Uranium 235.

## Exercice 5 : Énergie de liaison et modèle de la goutte liquide

Les excès de masse des noyaux  $^{15}\text{C}$ ,  $^{15}\text{N}$  et  $^{15}\text{O}$  sont respectivement :

$$\Delta(^{15}_6\text{C}) = 9.87 \text{ MeV}$$

$$\Delta(^{15}_7\text{N}) = 0.1 \text{ MeV}$$

$$\Delta(^{15}_8\text{O}) = 2.86 \text{ MeV}$$

1. Lequel de ces noyaux est le plus stable ?

Pour établir une hiérarchie de stabilité, il faut connaître l'énergie de liaison par nucléons pour chacun des noyaux.

$$\begin{aligned} \frac{B(A, Z)}{c^2} &= Zm_p + (A - Z)m_n + Zm_e - M_{\text{atom}}(A, Z) \\ &= Zm_p + (A - Z)m_n + Zm_e - \frac{\Delta(A, Z)}{c^2} - Au \end{aligned}$$

Alors, le noyau qui le plus petit  $\Delta$  aura l'énergie de liaison  $B(A, Z)$  la plus grande, alors le noyau  $^{15}_7\text{N}$  est le plus stable.

2. Calculer la différence de l'énergie de liaison entre  $^{15}\text{N}$  et  $^{15}\text{O}$ . On rappelle que la différence de masse neutron-proton est de l'ordre de 1.3 MeV.

$$\frac{B(^{15}_7\text{N})}{c^2} = 7m_p + (15 - 7)m_n - 15u + 7m_e - \frac{\Delta(^{15}\text{N})}{c^2}$$

$$\frac{B(^{15}_8\text{O})}{c^2} = 8m_p + (15 - 8)m_n - 15u + 8m_e - \frac{\Delta(^{15}\text{O})}{c^2}$$

Alors,

$$\begin{aligned} B(^{15}\text{N}) - B(^{15}\text{O}) &= c^2 [m_n - m_p - m_e] + (\Delta(^{15}\text{O}) - \Delta(^{15}\text{N})) \\ &= c^2 [m_n - m_p] - c^2 m_e + (\Delta(^{15}\text{O}) - \Delta(^{15}\text{N})) \\ &= 1.3 - 0.511 + (2.86 - 0.1) \\ &= 3.549 \text{ MeV} \end{aligned}$$

3. Dites pourquoi cette différence provient d'un terme coulombien. En déduire la valeur du paramètre coulombien de la formule de Bethe-Weizsacker.

Le modèle de la goutte liquide tire son nom des hypothèses qui le constitue : des noyaux sphériques incompressibles.

$$B = \underbrace{a_V A}_{\text{volume}} - \underbrace{A_S A^{2/3}}_{\text{surface}} - \underbrace{a_C \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}}}_{\text{répulsion coulombienne}} - \underbrace{a_a \frac{(N-Z)^2}{A}}_{\text{asymétrie}} \pm \underbrace{\delta}_{\text{appariement}} + \underbrace{\eta}_{\text{couche}}$$

Pour  ${}^{15}_7\text{N}$  et  ${}^{15}_8\text{O}$   $A$  est une constante égal à 15.

$$\begin{aligned} {}^{15}\text{N} & : A - Z = 15 - 7 = 8 & N - Z = 8 - 7 = 1 \\ {}^{15}\text{O} & : A - Z = 15 - 8 = 7 & N - Z = 7 - 8 = -1 \end{aligned}$$

Alors

$$(N - Z)^2 = 1$$

Ils ont le même terme d'asymétrie.

Pour un  $A$  impaire, le terme d'appariement est nul,  $\delta = 0$ , alors nécessairement la différence provient du terme Coulombien.

$$B({}^{15}_7\text{N}) - B({}^{15}_8\text{O}) = -\frac{a_C}{A^{1/3}} \times [Z_N(Z_N - 1) - Z_O(Z_O - 1)]$$

Alors,

$$\begin{aligned} a_C &= -\frac{A^{1/3}}{Z_N(Z_N - 1) - Z_O(Z_O - 1)} [B({}^{15}_7\text{N}) - B({}^{15}_8\text{O})] \\ &= -\frac{15^{1/3}}{7 \times 6 - 8 \times 7} \times (3.549) \\ &= 0.625 \text{ MeV} \end{aligned}$$

A partir de la masse de deux noyaux, on peut remonter à  $a_C$  (où  $A$  et  $(N - Z)^2$  sont les mêmes).

Il faudrait alors minimum 4 mesures pour obtenir les 4 paramètres ( $a_V$ ,  $a_S$ ,  $a_C$ ,  $a_a$ ) puis faire des comparaisons de données (modèle).

4. Si le terme coulombien était le seul à prendre en compte pour calculer la différence d'énergie de liaison entre  ${}^{15}_7\text{N}$  et  ${}^{15}_6\text{C}$ ,  ${}^{15}_6\text{C}$  devrait être plus lié que  ${}^{15}_7\text{N}$ . Dites pourquoi et calculer la différence de liaison entre  ${}^{15}_7\text{N}$  et  ${}^{15}_6\text{C}$  dans cette hypothèse.

Alors,

$$\begin{aligned} B({}^{15}_7\text{N}) - B({}^{15}_6\text{C}) &= -\frac{a_C}{A^{1/3}} [Z_N(Z_N - 1) - Z_C(Z_C - 1)] \\ &= -\frac{0.625}{15^{1/3}} \times (7 \times 6 - 6 \times 5) \\ &= -3.04 \text{ MeV} \end{aligned}$$

Alors,

$$B({}_6^{15}\text{C}) > B({}_7^{15}\text{N})$$

Ce qui veut dire que le  ${}^{15}_6\text{C}$  serait le noyau le plus stable des deux.

5. Pourquoi n'en est-il pas ainsi ? En déduire une valeur approximative du paramètre d'asymétrie  $a_a$  de la formule de Bethe-Weizsacker.

Puisque  $A$  est une constante égal à 15 ici, cela veut dire que les termes de surface et de volume sont les mêmes, et l'appariement  $\delta$  est le même,

$$\begin{array}{l} {}_6^{15}\text{C} \quad : \quad A - Z = 15 - 6 = 9 \quad N - Z = 9 - 6 = 3 \\ {}_7^{15}\text{N} \quad : \quad A - Z = 15 - 7 = 8 \quad N - Z = 8 - 7 = 1 \end{array}$$

Alors,

$$\begin{aligned} B({}_7^{15}\text{N}) - B({}_6^{15}\text{C}) &= -\frac{12a_C}{15^{1/3}} - \frac{a_a}{15}(1 - 9) \\ &= -\frac{12a_C}{15^{1/3}} + \frac{8a_a}{15} \end{aligned}$$

$a_C$  à déjà été déterminé et  $a_a$  est recherché,

$$B({}_7^{15}\text{N}) = 7m_p c^2 + 8m_n c^2 + 7m_e c^2 - 15uc^2 - \Delta({}_7^{15}\text{N})$$

$$B({}_6^{15}\text{C}) = 6m_p c^2 + 9m_n c^2 + 6m_e c^2 - 15uc^2 - \Delta({}_6^{15}\text{C})$$

Alors,

$$\begin{aligned} B({}_7^{15}\text{N}) - B({}_6^{15}\text{C}) &= m_p c^2 - m_n c^2 + m_e c^2 + [\Delta({}_6^{15}\text{C}) - \Delta({}_7^{15}\text{N})] \\ &= -1.3 + 0.511 + (9.87 - 0.1) \\ &= 8.981 \text{ MeV} \end{aligned}$$

Alors,

$$\begin{aligned} a_a &= \frac{15}{8} \left[ B({}_7^{15}\text{N}) - B({}_6^{15}\text{C}) + 12 \frac{a_C}{15^{1/3}} \right] \\ &= \frac{15}{8} \left[ 8.981 + 12 \times \frac{0.625}{15^{1/3}} \right] \\ &= 22.5 \text{ MeV} \end{aligned}$$

## Exercice 6 : État fondamental et quelques noyaux

Donner dans le cadre du modèle en couches à particules indépendantes, les configurations les plus probables pour les noyaux suivants, pris dans leur état fondamental. Comparer avec les valeurs  $J^\pi$  indiquées entre parenthèses.

- ${}^3\text{He} (1/2)^+$  ;  ${}^7\text{Li} (3/2)^-$  ;  ${}^9\text{Be} (3/2)^-$  ;  ${}^{14}\text{N} (1)^+$  ;  ${}^{15}\text{N} (1/2)^-$  ;  ${}^{17}\text{F} (5/2)^+$
- ${}^{21}\text{Ne} (3/2)^+$  ;  ${}^{27}\text{Al} (5/2)^+$  ;  ${}^{28}\text{Al} (3)^+$  ;  ${}^{30}\text{P} (1)^+$  ;  ${}^{33}\text{S} (3/2)^+$  ;  ${}^{34}\text{Cl} (0)^+$
- ${}^{35}_{17}\text{Cl} (3/2)^+$  ;  ${}^{38}_{19}\text{K} (3)^+$  ;  ${}^{40}_{19}\text{K} (4)^-$  ;  ${}^{42}_{19}\text{K} (2)^-$  ;  ${}^{43}_{20}\text{Ca} (7/2)^-$  ;  ${}^{50}_{23}\text{V} (6)^+$
- ${}^{53}_{25}\text{Mn} (7/2)^-$  ;  ${}^{53}_{24}\text{Cr} (3/2)^+$  ;  ${}^{54}_{25}\text{Cr} (2)^+$  ;  ${}^{65}_{29}\text{Cu} (3/2)^-$  ;  ${}^{66}_{29}\text{Cu} (1)^+$  ;  ${}^{66}_{31}\text{Ga} (1)^+$
- ${}^{69}_{31}\text{Ga} (3/2)^-$  ;  ${}^{72}_{33}\text{As} (2)^-$  ;  ${}^{75}_{33}\text{As} (3/2)^-$  ;  ${}^{82}_{35}\text{Br} (5)^-$  ;  ${}^{85}_{38}\text{Sr} (9/2)^+$  ;  ${}^{85}_{39}\text{Y} (1/2)^-$

On définit le nombre quantique secondaire  $l$  :

Couche	$l$
s	0
p	1
d	2
f	3
g	4

Pour déterminer le spin du noyau, on regarde le nombre de neutrons et de protons, et en fonction de leur parité, il y a trois cas de figures :

- **pair-pair**, dans cette situation,

$$J^\pi = 0^+$$

- **pair-impair**, dans cette situation, on regarde le dernier nucléon célibataire qui donnera alors sa valeur, et la parité  $\pi$  se calculera en fonction du nombre quantique secondaire de ce dernier nucléon célibataire :

$$\pi = (-1)^{l_n} \quad \text{ou} \quad \pi = (-1)^{l_p}$$

- **impair-impair**, dans cette situation, on fait de même que précédemment, mais cette fois avec le dernier proton célibataire, et le dernier neutron célibataire, alors la parité  $\pi$  sera :

$$\pi = (-1)^{l_n+l_p}$$



## Exercice 7 : Modèle en couches : oxygène

Dans leur état fondamental, les noyaux  $^{17}_8\text{O}$  et  $^{15}_8\text{O}$  ont pour caractéristiques  $J^\pi$  respectivement  $(5/2)^+$  et  $(1/2)^-$ .

1. Interpréter ces caractéristiques dans le cadre du modèle en couches et écrire les configurations associées.

On sait que le  $^{17}_8\text{O}$  :  $Z = 8$  et  $N = 9$ , alors, c'est une situation pair-impair, on voit que le dernier célibataire est un neutron, dans la couche :  $1d_{5/2}$ , et son nombre quantique secondaire est alors  $l = 2$ , alors :

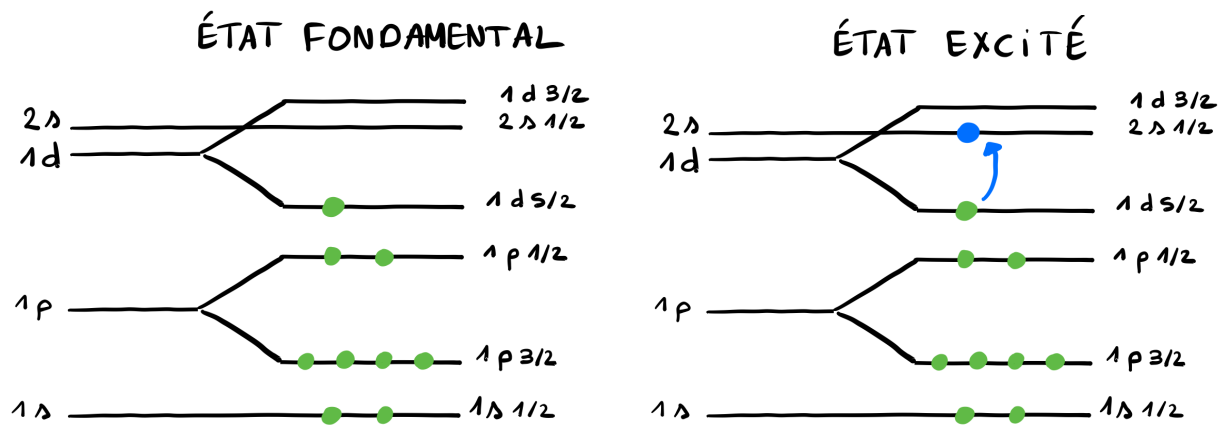
$$J^\pi = \left(\frac{5}{2}\right)^+$$

On sait que le  $^{15}_8\text{O}$  :  $Z = 8$  et  $N = 7$ , alors, c'est une situation pair-impair, on voit que le dernier célibataire est un proton, dans la couche :  $1p_{3/2}$ , et son nombre quantique secondaire est alors  $l = 1$ , alors :

$$J^\pi = \left(\frac{3}{2}\right)^-$$

2. Même question pour le premier état excité  $J^\pi = (1/2)^+$  du noyau  $^{17}_8\text{O}$ .

Notre dernier célibataire étant un neutron, on va alors regarder l'excitation possible pour ce dernier :

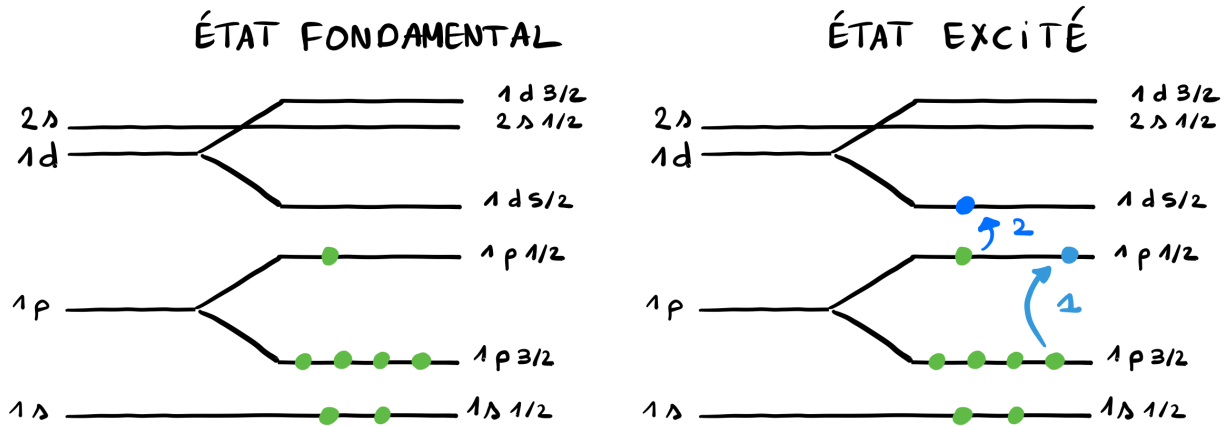


On remarque ainsi que le neutron passe de la couche  $1d_{5/2}$  à la couche  $2s_{1/2}$ , alors, le nouveau spin est :

$$J^\pi = \left(\frac{1}{2}\right)^+$$

3. Quelles caractéristiques  $J^\pi$  attendez-vous pour le premier état excité de  $^{15}_8\text{O}$  dans le cadre du modèle en couches ?

Nos 8 protons forment déjà une grande stabilité, alors, ce sont les neutrons qui vont s'exciter, ainsi :



Cependant, ici deux transitions de niveaux d'énergie sont possible :

$$1p3/2 \rightarrow 1p1/2 \quad \text{ou} \quad 1p1/2 \rightarrow 1d5/2$$

Alors le spin deviendrais

$$J_1^\pi = \left(\frac{3}{2}\right)^- \qquad J_2^\pi = \left(\frac{5}{2}\right)^+$$

Cependant, en réalité, ça serait la transition 1 qui serait favorisée, puisque l'énergie pour passer à la couche 1d est beaucoup plus grande que pour passer à la couche 1p1/2.

4. Les énergies de liaison  $B(A, Z)$  de  $^{17}_8\text{O}$ ,  $^{16}_8\text{O}$  et  $^{15}_8\text{O}$  sont respectivement 131.75 MeV, 127.620 MeV et 111.956 MeV. En déduire la position en énergie de la dernière couche de neutrons pleine et de la première couche de neutrons vide dans  $^{16}_8\text{O}$ .

Dans le cas du  $^{16}_8\text{O}$ ,  $Z = N = 8$ , la dernière couche pleine est 1p1/2 et la première couche vide est alors 1d5/2,

$$M(^{16}_8\text{O}) = M(^{15}_8\text{O}) + m_n + E_n(1p1/2)$$

Et alors, en repassant par la définition,

$$8m_p + 8m_n - B(^{16}_8\text{O}) = 8m_p + 7m_n - B(^{15}_8\text{O}) + m_n + E_n(1p1/2)$$

On trouve alors :

$$\begin{aligned} E_n(1p1/2) &= B(^{15}_8\text{O}) - B(^{16}_8\text{O}) \\ &= 111.956 - 127.620 \\ &= -15.664 \text{ MeV} \end{aligned}$$

Alors,

$$E_n(1p1/2) = -15.664 \text{ MeV}$$

En appliquant la même méthodologie pour la couche 1d5/2,

$$M({}^{17}_8\text{O}) = M({}^{16}_8\text{O}) + m_n + E_n(1d5/2)$$

Alors,

$$\begin{aligned} E_n(1d5/2) &= B({}^{16}_8\text{O}) - B({}^{17}_8\text{O}) \\ &= 127.620 - 131.76 \\ &= -4.14 \text{ MeV} \end{aligned}$$

Alors,

$$E_n(1d5/2) = -4.14 \text{ MeV}$$

5. Sachant que le premier état excité de  ${}^{17}_8\text{O}$  est situé à 0.87 MeV de son fondamental, déterminer la position en énergie des deux premières couches de neutrons vides dans  ${}^{16}_8\text{O}$ .

$$\Delta E({}^{17}_8\text{O}^*) = E_n(2s1/2) - E_n(1d5/2)$$

Alors :

$$\begin{aligned} E_n(2s1/2) &= \Delta E({}^{17}_8\text{O}^*) + E_n(1d5/2) \\ &= 0.87 - 4.14 \\ &= -3.27 \text{ MeV} \end{aligned}$$

Alors,

$$E_n(2s1/2) = -3.27 \text{ MeV}$$

6. Le noyau  ${}^{17}_9\text{F}$  dans son état fondamental  $J^\pi = (5/2)^+$  a pour énergie de liaison 128.220 MeV. Son premier état excité  $J^\pi = (1/2)^+$  se trouve à 0.5 MeV de l'état fondamental. Déterminer la position en énergie des deux premières couches de protons vides dans  ${}^{16}_8\text{O}$ .

Les deux premières couches vides pour le protons de  ${}^{16}_8\text{O}$  sont 1d5/2 et 2s1/2, alors :

$$M({}^{17}_9\text{F}) = M({}^{16}_8\text{O}) + m_p + E_p(1d5/2)$$

Alors,

$$\begin{aligned} E_p(1d5/2) &= B(^{16}\text{O}) - B(^{17}\text{F}) \\ &= 127.620 - 128.220 &= -0.6 \text{ MeV} \end{aligned}$$

Alors,

$$E_p(1d5/2) = -0.6 \text{ MeV}$$

$$\Delta E(^{17}\text{F}^*) = E_p(2s1/2) - E_p(1d5/2)$$

Alors,

$$\begin{aligned} E_p(2s1/2) &= E_p(1d5/2) + \Delta E(^{17}\text{F}^*) \\ &= -0.6 + 0.5 \\ &= -0.1 \text{ MeV} \end{aligned}$$

Alors,

$$E_p(2s1/2) = -0.1 \text{ MeV}$$

Comment expliquer ces "grandes" différences entre les énergies pour des protons et des neutrons ? dans le cas des protons, il y a des répulsions de nature coulombienne qui interviennent, ainsi ce sont des éléments moins stable que les neutrons.