



UNIVERSITÉ DE STRASBOURG

# TD5 - Physique subatomique

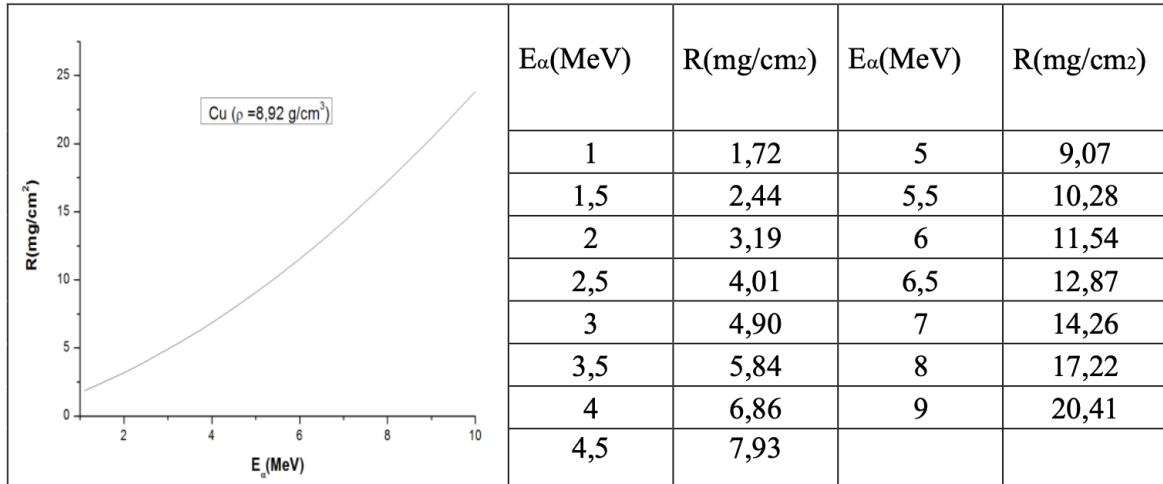
*Eric Chabert*

Transcrit par  
PIERRE GUICHARD

L3 Semestre 6 2021

## Exercice 1 : Ralentissement particules chargées

On bombarde une feuille de cuivre par un faisceau mono-énergétique de particules alpha. On donne la variation du parcours massiques en fonction de l'énergie des particules alpha dans le cuivre :



- a) Quelle sont les énergies des particules alpha ayant eu respectivement des parcours de 9.93  $\mu\text{m}$  et 5.54  $\mu\text{m}$  sachant que l'énergie des particules incidentes est de 6.5 MeV. En déduire les pouvoirs d'arrêt linéaires en MeV/cm et les pouvoirs d'arrêt massiques en MeV.cm<sup>2</sup>/g.

$$\text{Pouvoir d'arrêt linéaire : } - \frac{dE}{dx}$$

C'est une fonction dépendante du milieu, de la particule et de sa cinématique.

$$\text{Pouvoir d'arrêt massique : } - \frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx}$$

- b) Sachant que les particules alpha incidentes ont cette fois ci une énergie de 4.5 MeV, déterminer l'énergie des particules alpha ayant eu un parcours de 5.31  $\mu\text{m}$ . En déduire le pouvoir d'arrêt massique en MeV.cm<sup>2</sup>/g.
- c) Comment interpréter ces résultats qualitativement à partir de la formule de Bethe et Bloch.

## Exercice 2 : Atténuation gamma

- a) Un écran d'un matériau de 2 cm d'épaisseur produit une réduction de 75% de l'intensité de rayons X. Calculer la valeur du coefficient d'atténuation linéaire.

$$I_{\text{transmise}} = I_{\text{initiale}} \exp(-\mu x)$$

où  $\mu$  est le coefficient d'atténuation et  $x$  l'épaisseur.

Réduction de 75%, alors

$$I_t = 0.25 \times I_0 = \exp(-\mu x) I_0$$

Alors,

$$\exp(-\mu x) = 0.25 \iff \mu = \frac{1}{x} \ln(4)$$

$x = 2$  cm, alors

$$\mu = 0.69 \text{ cm}^{-1}$$

- b) Si une épaisseur  $x$  de matériau absorbe 7/10 de l'intensité, quelle fraction sera absorbée si on double puis on triple l'épaisseur ?

$$\frac{7}{10} \text{ absorbé} \longrightarrow \frac{3}{10} \text{ transmis}$$

Pour une épaisseur  $x$  fixée,  $I_t = 0.3I_0$ , alors

$$\exp(-\mu x) = \frac{3}{10}$$

Si on pose  $x' = 2x$ ,

$$I'_t = \exp(\mu x') I_0 = \exp(-2\mu x) I_0 = (\exp(-\mu x))^2 I_0 = \left(\frac{3}{10}\right)^2 I_0 = \frac{9}{100} I_0$$

Il y a ainsi 91% du flux qui est absorbé pour  $2x$ .

Pour  $x' = 3x$ ,

$$I'_t = \frac{27}{1000} I_0$$

Il y a ainsi 97.3% du flux qui est absorbé pour  $3x$ .

- c) L'épaisseur moitié de plomb pour les rayons gamma d'énergie 2 MeV est 1.33 cm. Quelle épaisseur de Pb doit-on prendre pour réaliser un blindage arrêtant les 99% de flux incident ?

Implicitement,  $\mu$  est une fonction de l'énergie.

$x_{1/2} = 1.33$  est la valeur de  $x$  de tel sorte à ce que le terme  $\exp(-\mu x)$  soit égal à  $1/2$ .

$$-\mu x_{1/2} = \ln(1/2) \implies \mu = \frac{\ln(2)}{x_{1/2}}$$

On cherche  $x$  tel que  $\exp(-\mu x) = 1/100$  :

$$\exp\left(-\frac{\ln 2}{x_{1/2}x}\right) = \frac{1}{100} \implies x = \frac{\ln(100)}{\ln(2)} = x_{1/2}$$

On trouve

$$x = 8.85 \text{ cm}$$

C'est une absorption de 99%.

- d) Quelle est l'épaisseur équivalente en air, en eau et en acier pour assurer la même protection biologique que les 5 cm en plomb pour des photons d'énergie 0.6 MeV :

$$x_{1/10}(\text{Pb}) = 1.8 \text{ cm} \quad x_{1/10}(\text{air}) = 249.4 \text{ m} \quad x_{1/10}(\text{eau}) = 26.9 \text{ cm} \quad x_{1/10}(\text{Acier}) = 4.0 \text{ cm}$$

$$x_{1/10} \rightarrow \exp(-\mu x_{1/10}) = \frac{1}{10} \implies \mu = \frac{\ln(10)}{x_{1/10}}$$

$$\begin{aligned} x_{1/10}(\text{Pb}) = 1.8 \text{ cm} &\implies \mu(\text{Pb}) = 1.279 \text{ cm}^{-1} \\ x_{1/10}(\text{air}) = 249.4 \text{ m} &\implies \mu(\text{air}) = 9.23 \times 10^{-5} \text{ cm}^{-1} \\ x_{1/10}(\text{eau}) = 26.9 \text{ cm} &\implies \mu(\text{eau}) = 0.085 \text{ cm}^{-1} \\ x_{1/10}(\text{acier}) = 4.0 \text{ cm} &\implies \mu(\text{acier}) = 0.575 \text{ cm}^{-1} \end{aligned}$$

Pour 5 cm de plomb,

$$\mu(\text{Pb})x(\text{Pb}) = \mu(\text{air})x(\text{air}) = \mu(\text{eau})x(\text{eau}) = \mu(\text{acier})x(\text{acier})$$

Application numérique,

$$x(\text{air}) = 6.9 \times 10^4 \text{ cm} \quad x(\text{eau}) = 75.2 \text{ cm} \quad x(\text{acier}) = 11.1 \text{ cm}$$

## Exercice 3 : Spectre $\gamma$

On cherche à reconstruire le spectre vu par un détecteur exposé à une source  $\gamma$  mono-énergétique.

1. En se basant sur le graphique simplifié de la section efficace, quelles types d'interactions peut subir un gamma si son énergie est soit supérieure, soit inférieure à 1 MeV ? Quelle est le destin des photons après chaque type d'interactions ?

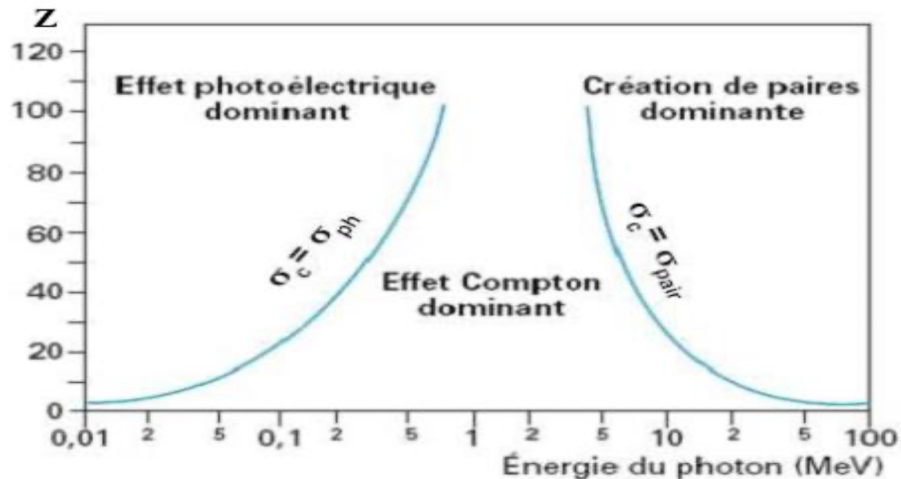


FIG. 1. Sections efficaces d'interactions des photons.

Pour  $E < 1$  MeV, l'effet photoélectrique et l'effet Compton dominant.

Pour  $E > 1$  MeV, l'effet Compton et la création de paires dominant.

### Effet photoélectrique

C'est la situation où le photon est absorbé et l'énergie  $E_\gamma$  est transmise à un électron.

$$E_\gamma = E_{couche} = T_{e^-}$$

### Effet Compton

C'est la situation où l'énergie du photon est amoindrie et cette énergie est transférée à un électron du milieu

$$E_{\gamma'} = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)}$$

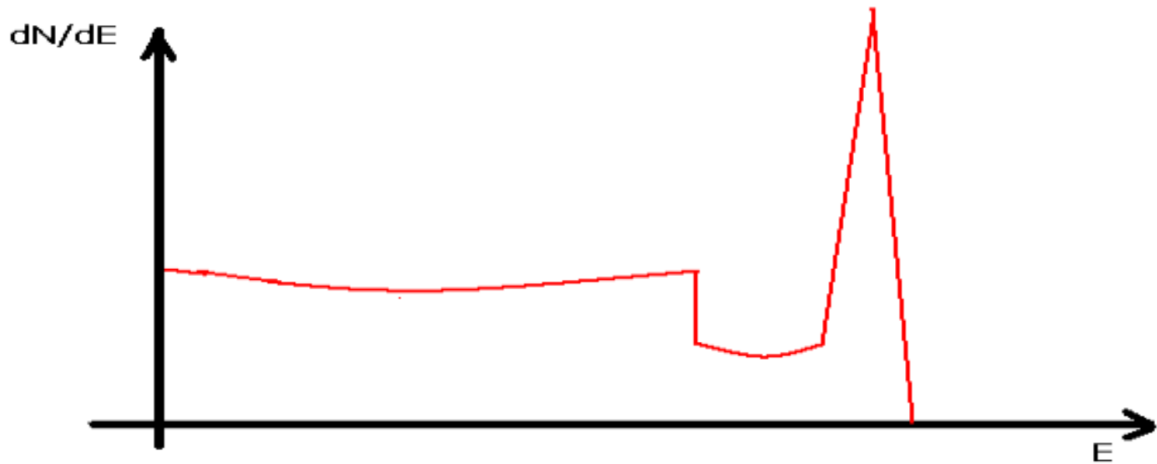
### Création de paires

$$\gamma \rightarrow e^+ + e^-$$

Le photon initial disparaît et on a deux photons dans l'état final.

## Cas d'un détecteur non blindé

2. Supposons le cas d'un photon ayant une énergie  $E < 1 \text{ MeV}$ . Quelles peuvent être les différents scénarios d'interactions du photon avec le cristal du détecteur ? Interpréter le spectre ci-dessous (en supposant qu'il ne peut pas y avoir plus de deux interactions Compton) :



### Scénario 1

Un effet photo-électrique

### Scénario 2

Un effet Compton suivi d'un effet photo-électrique

### Scénario 3

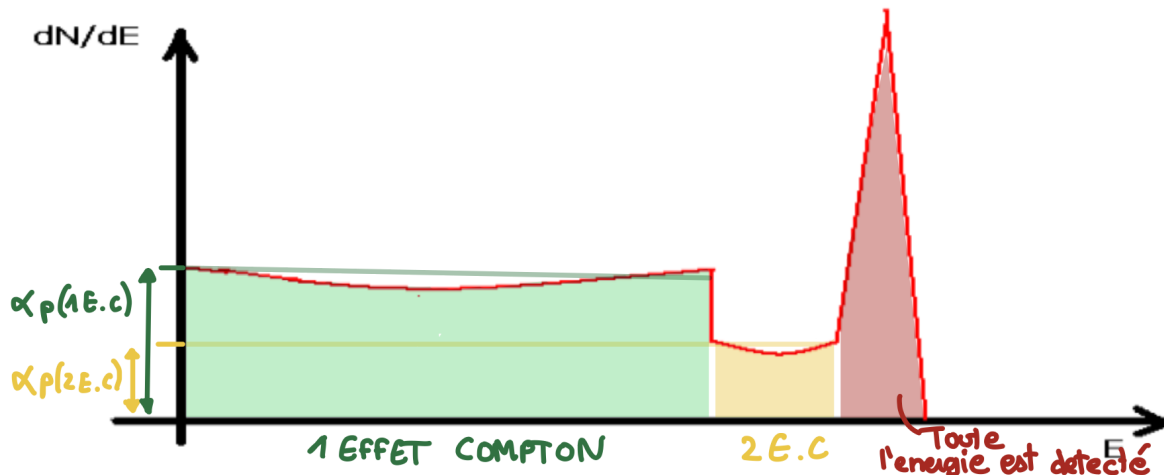
Deux effets Compton suivi d'un effet photo-électrique

### Scénario 4

Un effet Compton

### Scénario 5

Deux effets Compton



3. Quels scénarios peut-on ajouter si le photon à une énergie supérieure à 1 MeV ? Reproduire le spectre et ajouter les effets qui résultent.

Dans une situation où l'énergie est supérieur à 1 MeV, la création de paires est possible.

#### Aucun photon qui s'échappe

C'est à dire qu'il y a deux effets photo-électrique, alors

$$E_{\text{detecté}} = E_{\gamma}$$

#### Un photon qui s'échappe

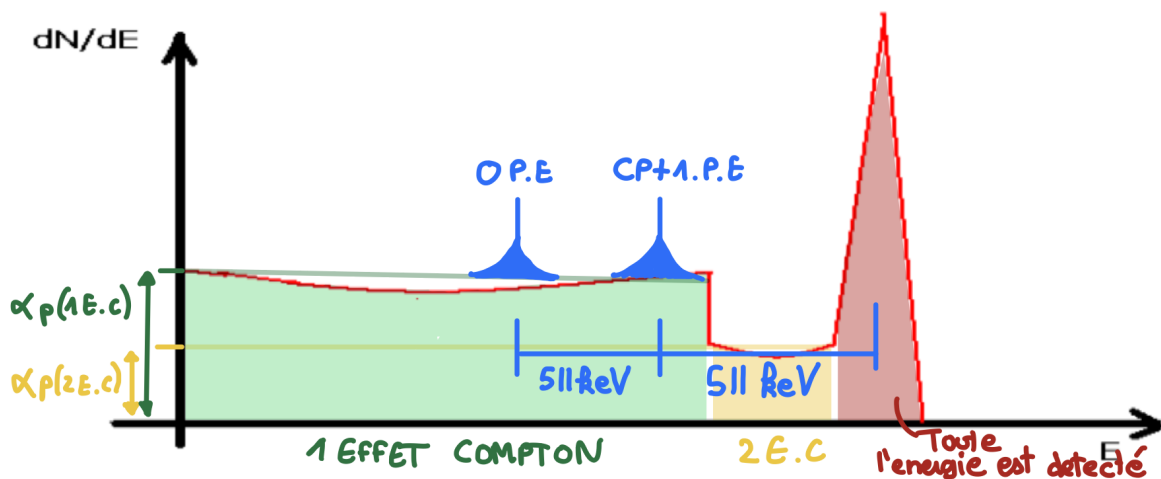
C'est à dire qu'il y a un effet photo-électrique, alors

$$E_{\text{detecté}} = E_{\gamma} - 511 \text{ keV}$$

#### Deux photons qui s'échappe

C'est à dire qu'il y a un aucun effets photo-électrique, alors

$$E_{\text{detecté}} = E_{\gamma} - 2 \times 511 \text{ keV}$$

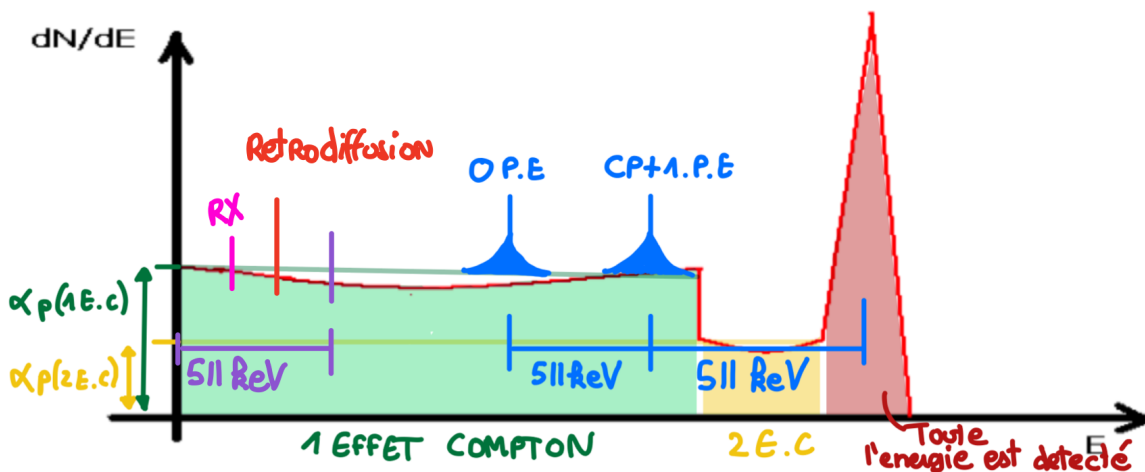


### Cas d'un détecteur blindé

4. Le détecteur est mis dans un coffre de plomb, comme le montre la figure ci-dessous. En se basant sur les scénarios représentés dans la figure, mettre à jour le spectre de la partie 1, en respectant l'échelle énergétique.

Il y a désormais deux nouveaux pics :

- pic correspondant aux rayons X (partie haute du schéma).
- pic à 511 keV (partie basse du schéma) correspondant à un des deux photons produits lors de l'annihilation.



5. Supposons qu'un effet Compton a pris place au fond du blindage et le photon Compton a été vu par le détecteur. Comment appelle-t-on ce phénomène ? Pour une énergie du photon  $\gg (m_0c^2)/2$  et pour un angle de diffusion égale à  $180^\circ$ , estimer l'énergie du photon détecté et représenter le pic correspondant toujours en respectant l'échelle.



Ce phénomène s'appelle une **rétrodiffusion**.

On a  $\theta = 180^\circ$ .

$$E_{\gamma'} = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)}$$

Et on suppose  $E_\gamma \gg m_e c^2$ , alors

$$E_{\gamma'} \approx \frac{m_e c^2}{2}$$

## Exercice 4 : Détection de particules avec un capteur CMOS

Les capteurs CMOS sont des détecteurs à pixels traditionnellement utilisés en physique des hautes énergies pour la trajectographie des particules chargées. Ils sont composés de plusieurs couches de silicium, dont la couche sensible dite couche épitaxiale est de  $10 \mu\text{m}$  d'épaisseur (cas d'un capteur aminci).

### Partie 1 : interaction des photons

On dispose d'une source émettrice de photons d'américium 241. L'activité de la source dans  $4\pi$  est de  $11.35 \mu\text{Ci}$ .

Raie (keV)	Intensité d'émission (%)	$\mu/\rho$ [ $\text{cm}^2/\text{g}$ ] – Al	$\mu/\rho$ [ $\text{cm}^2/\text{g}$ ] – Si
13,85	13,03	10,10	13,05
17,06	18,86	5,44	7,06
21,16	4,81	2,92	3,78
26,34	2,40	1,59	2,05
59,54	35,78	0,28	0,32

TAB.1 – Raies d'émission de l' $^{241}\text{Am}$  et coefficients d'absorption massique.

On donne  $\rho_{\text{Al}} = 2.70 \text{ g/cm}^3$  et  $\rho_{\text{Si}} = 2.33 \text{ g/cm}^3$ .

1. Calculer la probabilité d'interaction de chaque raie gamma de l'américium dans la couche épitaxiale du CMOS.

$$I = I_0 \exp(-\mu x)$$

où  $I$  est l'intensité sortante et  $I_0$  l'intensité initiale.

$$I_{\text{abs}} = I_0 - I = I_0 (1 - \exp(-\mu x)) = I_0 P$$

où  $P$  est la probabilité d'interaction.

Pour  $E = 13.85 \text{ keV}$  :

$$P = \left( 1 - \exp\left(-\frac{\mu}{\rho} \rho x\right) \right) = (1 - \exp(-13.05 \times 2.33 \times 10^{-3})) = 2.99 \times 10^{-2}$$

$E = 17.06$	$P = 1.63 \times 10^{-2}$
$E = 21.15$	$P = 8.77 \times 10^{-3}$
$E = 26.34$	$P = 4.76 \times 10^{-3}$
$E = 59.54$	$P = 7.45 \times 10^{-4}$

2. Sachant que le capteur est placé à 3 cm de la source et a une surface utile d'environ 1 cm<sup>2</sup>, en déduire le nombre de photons de l'américium interagissant pour 10 minutes d'irradiation.

L'angle solide  $\Omega$  est défini par :

$$\Omega = \frac{S}{d^2}$$

Et l'activité :

$$A_0 = A(4\pi)$$

Alors,

$$A(\Omega) = \frac{A_0 S}{4\pi d^2}$$

$A(\Omega)$  représente l'activité mesurable sur le détecteur d'angle solide  $\Omega$ .

Le nombre de photons qui interagissent  $N$  :

$$N = A(\Omega) \times \left( \sum_i I_i \times P_i \right) t$$

$$A(4\pi) = 11.35 \times 10^{-6} \times 3.7 \times 10^{10} \text{ Bq}$$

Alors,

$$N = A(4\pi) \times \frac{1 \text{ cm}^2}{3^2} \times \left[ \frac{13.03}{100} \times 2.99 \times 10^{-2} + \frac{7.06}{100} \times 1.63 \times 10^{-2} + \dots \right] \times 10 \times 60 = 17325$$

On souhaite s'affranchir des raies X de l'américium. Pour cela, on place un écran d'aluminium entre la source et le capteur.

3. Calculer l'épaisseur optimale pour atténuer chaque raie X à moins de 10% tout en conservant 80% ou plus de photons de 60 keV.

On cherche une épaisseur d'aluminium telle que

$$\left( \frac{I}{I_0} \right)_{60 \text{ keV}} \geq \frac{80}{100}$$

C'est à dire,

$$\frac{I}{I_0} = \exp(-\mu x) = 0.8$$

Alors,

$$x = -\frac{\ln(0.8)}{0.28 \times 2.7} = 0.295 \text{ cm} \approx 3 \text{ mm}$$

On peut mettre jusqu'à 3 mm d'Aluminium tout en gardant plus de 80% du flux de photons à 60 keV.

4. Déterminer le nombre de photons détectés par le capteur en 10 minutes dans ce cas.

C'est similaire à la question 2, il faut cependant prendre en compte les facteurs d'atténuation dans l'aluminium.

$$N = A(\Omega) \times \left( \sum_i P_i^{\text{Al}} \times P_i^{\text{Si}} \times I_i \right) = 718$$

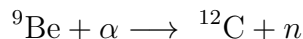
où  $P_i^{\text{Al}}$  correspond au facteur de transmission par l'aluminium et  $P_i^{\text{Si}}$  au facteur d'absorption dans le silicium.

5. Dire pourquoi ce nombre calculé ne correspond en réalité pas au nombre de coups réellement observés dans le capteur.

Toute l'épaisseur du détecteur n'est pas uniquement sensible, couche de métallisation (électrique), il y a alors une diminution du rendement et donc de l'efficacité du capteur.

## Partie 2 : interaction des neutrons

Les premières sources de neutrons sont fabriquées en associant des mélanges de sources radioactives alpha (Ra, Pu, Am) et un élément léger (Be, B, Li) où des neutrons sont produits par réaction nucléaire  $(\alpha, n)$ . Le rendement est maximum pour la cible de Béryllium qui permet de produire des spectres continus de neutrons rapides d'énergie comprises entre 1 et 10 MeV selon la nature de la source. Dans la suite de cet exercice, on s'intéresse à l'utilisation d'une source Am-Be pour caractériser un détecteur. Cette source est constituée d'un mélange de  $^{241}\text{Am}$  (émetteur  $\alpha$  d'énergie 5.44 MeV et de période  $T = 433$  ans) et d'une poudre de  $^9\text{Be}$  en vue de produire la réaction nucléaire exoénergétique de bilan  $Q = 5.71$  MeV :



Si on désigne par  $M_\alpha$ ,  $M_n$  et  $M_C$  respectivement les masses de particules  $\alpha$ , neutron et  $^{12}\text{C}$ .

1. Calculer l'énergie cinétique maximale du neutron correspondant à  $\theta = 0$ .

$$\sqrt{T_n} = \alpha \pm \sqrt{\alpha^2 + \beta}$$

avec

$$\alpha = \frac{\sqrt{M_\alpha M_n T_\alpha}}{M_n + M_C} \cos \theta_L \qquad \beta = \frac{M_C Q + T_\alpha (M_C - M_\alpha)}{M_n + M_C}$$

2. On souhaite utiliser un CMOS pour la détection des neutrons émis par cette source. Les capteurs CMOS ne détectant que les particules chargées, on utilise un matériau convertisseur pour convertir les neutrons.

On se place dans le cas de neutrons monoénergétiques de 4 MeV (neutrons rapides). On utilise 1 mm de polyéthylène  $(\text{CH}_2)_n$  pour les convertir en protons de recul par diffusion élastique.

- a) Cas général : déterminer l'énergie cinétique du noyau de recul dans le cas d'une diffusion élastique de neutron sur un noyau quelconque en fonction de l'énergie du neutron incident. Appliquer au proton de recul.

Conservation de l'impulsion :

$$m_1 \vec{v}_0 = m_p \vec{v}_p + m_n \vec{v}_n$$

On projete,

$$\begin{aligned} & \begin{cases} m_n v_0 = m_p v_p \cos \varphi + m_n v_n \cos \theta \\ 0 = -m_p v_p \sin \varphi + m_n v_n \sin \theta \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} v_0 = \frac{m_p}{m_n} v_p \cos \varphi + v_n \cos \theta \\ 0 = -\frac{m_p}{m_n} v_p \sin \varphi + v_n \sin \theta \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} v_n \cos \theta = v_0 - \frac{m_p}{m_n} v_p \cos \varphi \\ v_n \sin \theta = \frac{m_p}{m_n} v_p \sin \varphi \end{cases} \end{aligned}$$

Alors, en mettant au carré et en sommant,

$$\begin{aligned} v_n^2 &= v_0^2 - 2v_0 v_p \frac{m_p}{m_n} \cos \varphi + \left(\frac{m_p}{m_n}\right)^2 v_p^2 \cos^2 \varphi + \left(\frac{m_p}{m_n}\right)^2 v_p^2 \sin^2 \varphi \\ &= v_0^2 - 2v_0 v_p \frac{m_p}{m_n} \cos \varphi + \left(\frac{m_p}{m_n}\right)^2 v_p^2 \end{aligned}$$

Conservation de l'énergie :

$$m_n v_0^2 = m_p v_p^2 + m_n v_n^2$$

C'est à dire,

$$v_n^2 = v_0^2 - \frac{m_p}{m_n} v_p^2$$

En injectant cela dans l'équation précédente,

$$v_p = \frac{2v_0 \cos \varphi m_n}{m_p + m_n}$$

C'est à dire,

$$T_p = \frac{2m_p m_n^2 v_0^2 \cos^2 \varphi}{(m_n + m_p)^2} = \frac{4m_p m_n}{(m_p + m_n)^2} T_0 \cos^2 \varphi$$

Si  $m_n \sim m_p \sim m$ , alors

$$T_p = T_0 \cos^2 \varphi$$

- b) Calculer la probabilité d'interaction d'un neutron rapide dans le polyéthylène. On donne  $\sigma_{el} = 1.86$  barns.

Probabilité d'interaction :

$$P = \frac{I_0 - I(L)}{I_0} = 1 - \exp(-\mu L)$$

où  $\mu$  en  $\text{cm}^{-1}$  est la section efficace macroscopique.

$$\mu = n_H \sigma$$

$$n_{\text{molécule}} = \frac{\mathcal{N}_A}{A} \rho = 3.95 \times 10^{22} \text{ molécules/cm}^3$$

Et

$$n_H = 2 \times n_{\text{molécule}}$$

Alors,

$$\mu = 0.147 \text{ cm}^{-1}$$

Et donc,

$$P = 1 - \exp(-0.147 \times 0.1) = 1.46 \times 10^{-2}$$

- c) Déterminer le nombre de protons de recul ainsi produits à 15 cm de la source pour 10 minutes d'irradiation avec un flux en sortie de source =  $10^6$  n/s/cm<sup>2</sup>. Dire pourquoi le capteur CMOS détecte en sortie du convertisseur moins de protons que prévu.

$$N_p = I \times \frac{1}{4\pi d^2} \times t \times P^{\text{interaction}} = 3100$$

Les protons produits proche la surface entrante du polyéthylène pourront être décéléré ou arrêté dans le milieu.

Il y a alors absorption de certain protons de recul, et ainsi le taux de comptage est diminué.

## Exercice 5 : Efficacité de détection d'un scintillateur

Un faisceau parallèle de neutrons monocinétiques tombe en incidence normale sur un scintillateur plastique d'épaisseur  $d$ . Exprimer l'efficacité  $\varepsilon$  de détection de ce scintillateur, celle-ci étant définie comme le rapport du nombre de protons de recul créés au nombre de neutrons incidents.

On définit le flux dans le scintillateur comme :

$$\phi(x) = \phi_0 \exp(-\mu x)$$

Avec  $\mu = n_x \sigma_x$  étant le facteur d'atténuation linéique,  $\sigma_H$  et  $\sigma_C$  les sections efficaces totales de diffusion neutron proton et neutron carbone,  $n_H$  et  $n_C$  les nombres d'atomes d'hydrogène et de Carbone par unité de volume du scintillateur.

On négligera les phénomènes de diffusion multiple et on supposera que le carbone n'intervient que dans l'affaiblissement du faisceau de neutrons lors de sa traversée du cristal.

On donne :  $d = 5 \text{ cm}$ ,  $n_H = 0.0467 \times 10^{24} \text{ cm}^{-3}$ ,  $n_C = 0.0545 \times 10^{24} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\sigma_H = 0.648 \text{ b}$ ,  $\sigma_C = 1.379 \text{ b}$

$$dN = \phi(x) n_H \sigma_H dx$$

$$\begin{aligned} N &= \int_0^d \phi(x) n_H \sigma_H dx \\ &= n_H \sigma_H \phi_0 \int_0^d \exp(-\mu x) dx \\ &= \frac{n_H \sigma_H \phi_0}{\mu} (1 - \exp(-\mu d)) \end{aligned}$$

Alors l'efficacité  $\mathcal{E}$  :

$$\mathcal{E} = \frac{N}{\phi_0} = \frac{n_H \sigma_H}{\mu} (1 - \exp(-\mu d))$$

où  $\mu = n_H \sigma_H + n_C \sigma_C = 0.105 \text{ cm}^{-1}$ , on trouve

$$\mathcal{E} = 0.117 = 11.7\%$$